5Л

УДК 519.161

А.Ю. Левченко, А.В. Морозов, А.В. Панишев
Житомирский государственный технологический университет, Украина
Украина, 10005, г. Житомир, ул. Черняховского, 103

Механизм ускорения вычислений в методе Литтла для решения задач класса коммивояжера

A.Yu. Levchenko, A.V. Morozov, A.V. Panishev
Zhitomir state technological university, Ukraine
Ukraine, 10005, г. Zhitomir, Chernyakhovsky str., 103

Mechanism of Computations Acceleration in Little's Method for Solving Traveling Salesman Class Tasks

А.Ю. Левченко, А.В. Морозов, А.В. Панішев
Житомирський державний технологічний університет, Україна
Україна, 10005, м. Житомир, ул. Черняховського, 103

Механізм прискорення обчислень в методі Литтла для розв'язку задач класу комівояжера

Поиск решений задач класса коммивояжера в бинарной схеме ветвлений метода ветвей и границ можно значительно ускорить за счет обращении к быстрому алгоритму решения одного из вариантов задачи о назначениях (ЗН), применяемой для вычисления нижних оценок стоимости гамильтоновых маршрутов. Оптимальное решение ЗН для полученной матрицы можно найти за время $O\left(n^2\right)$. Предложен алгоритм по схеме ветвей и границ, использующий быстрый алгоритм решения ЗН в качестве нижней оценки стоимости решения.
Ключевые слова: задача коммивояжера, точный метод, модификация метода Литтла.

Solutions' search for Traveling Salesman task's class in the binary branching scheme of branch-and-bound method can be noticeable accelerated by referring to a fast algorithm for solving a variant of the assignment problem, used to compute lower bounds for the Hamiltonian routes' cost. Optimal solution for assignment problem for resulting matrix can be found in time $O\left(n^2\right)$. The algorithm of the branch and bound scheme that uses a fast algorithm for solving the assignment problem as a lower bound of the solution's cost is proposed.
Key words: Traveling Salesman Problem, exact method, modification of the Little's method's.

Пошук розв'язків задач класу комівояжера в бінарній схемі розгалуження метода гілок та меж можна суттєво прискорити за рахунок звернення до швидкого алгоритму розв'язку одного з варіантів задачі про призначення, яка використовується для обчислення нижніх оцінок вартості гамільтонових маршрутів. Оптимальний розв'язок задачі про призначення для отриманої матриці можна знайти за час $O\left(n^2\right)$. Запропоновано алгоритм за схемою гілок та меж, який використовує швидкий алгоритм розв'язку задачі про призначення в якості нижньої оцінки вартості розв'язку.
Ключові слова: задача комівояжера, точний метод, модифікація метода Литтла.

Введение

Рассмотрим следующую формулировку задачи о назначениях (ЗН). Задана матрица стоимостей $C=\left[c_{ij}\right]_n$, где $c_{ij}=\infty$ при $i=j$ и $c_{ij}\in Z_0^+$ или $c_{ij}=\infty$ при $i\neq j$, $i,j=\overline{1,n}$,

Z_0^+ – множество неотрицательных целых чисел. Требуется найти оптимальную перестановку $\sigma = (\sigma[1], \sigma[2], ..., \sigma[n])$ стоимостью $C(\sigma) = \min_{\pi} \sum_{i=1}^{n} c_{\pi[i]}$, где $\pi = (\pi[1], \pi[2], ..., \pi[n])$ – перестановка n столбцов матрицы, $c_{\sigma[i]} \neq \infty$, $i = \overline{1, n}$. ЗН может не иметь решения если C содержит элементы $c_{ij} = \infty$, $i \neq j$.

В статье [1] предложена процедура *SIW*, позволяющая по перестановке σ для матрицы C, найти за время, пропорциональное $O(n^2)$ оптимальное решение σ_{xy} для матрицы C_{xy}, полученной из C, заменой значения c_{xy} на бесконечность.

Статья посвящена модификации метода Литтла, использующей ускоренную процедуру вычисления нижней границы стоимости оптимальных решений для ключевых задач класса коммивояжера.

Ускоренная процедура вычисления нижней границы стоимости

Рассмотрим следующий вариант ЗН: известно решение $\sigma = (\sigma[1], \sigma[2], ..., \sigma[n])$ для матрицы стоимостей $C = \left[c_{ij}\right]_n$, по заданной перестановке σ надо найти решение ЗН $\sigma_{ab}(x, y)$, содержащее элемент c_{xy}, и не содержащее элемент c_{ab}, c_{xy}, $c_{ab} \in \left(c_{\sigma[1]}, c_{\sigma[2]}, ..., c_{\sigma[n]}\right)$.

Двудольный граф (X, Y, U) в котором элемент $c_{ij} \neq \infty$ матрицы C является ребром (i, j), $i \neq j$, содержит решение ЗН σ для C, как совершенное паросочетание с минимальным суммарным весом ребер. Решение $\sigma_{ab}(x, y)$ для матрицы $C_{ab}(x, y)$, если оно существует, также представлено, как совершенное паросочетание в двудольном графе (X, Y, U'), $U' = U - \{U_{xy} \cup [a, b]\}$, U_{xy} – множество всех ребер, инцидентных вершинам x и y. Задача нахождения перестановки $\sigma_{ab}(x, y)$ решается за время $O(n^2)$ методом поиска кратчайшего увеличивающего пути из вершины a в вершину b в двудольном графе (X, Y, U'). Способ построения перестановки σ_{xy}, не включающей элемент $(x, y) \in \sigma$ и перестановки $\sigma_{[x, y]}$, содержащей $(x, y) \in \sigma$ для вычисления нижних границ в схеме ветвления алгоритма Литтла является базовой компонентой метода, обеспечивающего поиск точных решений задач класса коммивояжера. Этот класс образуют задача коммивояжера (ЗК), общая ЗК (ОЗК) и гамильтонова ЗК (ГЗК) [2].

Пусть $C = \left[c_{ij}\right]_n$ – матрица стоимостей, где $c_{ij} = D(\alpha_{ij})$ в ОЗК, $c_{ij} = d_{ij}$ в ЗК и ГЗК, $q = (q[1], q[2], ..., q[n])$, $\varphi(g)$ – соответственно обход и его стоимость в любой из этих задач.

Нижняя граница φ_0 в корне дерева перебора равна минимуму $C(\sigma)$ целевой функции ЗН для некоторой матрицы C. Ее можно приблизить к стоимости $\varphi(g^*)$

оптимального обхода g^* следующим образом. Вначале матрица C приводится по строкам, а полученный результат по столбцам. Затем матрица C приводится по столбцам, а полученный результат – по строкам. Из них выбирается наименьшая сумма $\mu_0 = min\{\mu_1, \mu_2\}$ (в общем случае $\mu_1 \neq \mu_2$), и соответствующая ей матрица C_0, по которой находится решение ЗН σ_0. За нижнюю границу стоимости любого обхода, порождаемого матрицей C, принимается величина

$$\varphi_0 = \mu_0 + C_0(\sigma_0),\ \mu_0 = min\{\mu_1, \mu_1\} \qquad (1)$$

Временные затраты на вычисление φ_0 оцениваются величиной $O(n^3)$. Для простоты положим в корне дерева перебора $C = C_0$, $\sigma = \sigma_0$, $\mu = \mu_0$, $\varphi_0 = C(\sigma)$.

Наибольшей неопределенностью, замедляющей процесс вычислений в методах типа ветвей и границ, характеризуется этап выбора наиболее подходящего для включения в оптимальное решение элемента из исходных данных, причем число кандидатов не меньше порядка n матрицы C. Покажем, что в рассматриваемой модификации метода Литтла предпочтительный элемент, выбирается только из n элементов решения ЗН.

Перестановку σ в корне дерева перебора представим цикловым разложением $\{Z_v \,|\, v = \overline{1, K}\}$, $K \leq \lfloor n/2 \rfloor$. При $K = 1$ σ – циклическая перестановка, называемая в терминах задач класса коммивояжера обходом. Чем меньше K, тем лучше структурные свойства ЗН, применяемой в качестве релаксации для построения замкнутых маршрутов в графовых моделях.

Рассмотрим взвешенный граф (V, U) с множеством вершин V и множеством дуг U, в котором пара вершин (v_i, v_j) является дугой весом $c_{v_i v_j} \in R_0^+$, если в матрице C $c_{ij} \neq \infty$. Цикловое разложение перестановки σ разбивает множество U на подмножества U_1, содержащее все дуги циклового разложения, и U_2, к которому отнесем все остальные дуги. Если удаляется дуга $(x, y) \notin U_1$, то, очевидно, $\sigma_{xy} = \sigma$, $C(\sigma_{xy}) = C(\sigma)$. Добавление этой дуги к U_1 либо приводит к образованию перестановки $\sigma(x, y)$, $C(\sigma(x, y)) \geq C(\sigma)$, либо вообще исключает ее построение (рис. 1, в). Поскольку $C(\sigma_{xy}) \leq C(\sigma(x, y))$ для $(x, y) \notin U_1$, то из двух активных вершин $((x, y)\circ)$ и $((\overline{x, y})\circ)$, порожденных корнем $\varnothing$, вершиной ветвления должна быть $((\overline{x, y})\circ)$. Таким образом, корню $\varnothing$ и вершине $((\overline{x, y})\circ)$ соответствует одна перестановка σ, после построения которой была выбрана дуга $(x, y) \in U_2$. Поэтому дугу (x, y), инициирующую ветвление, следует выбирать из подмножества U_1.

Рассмотрим, как в предлагаемой модификации метода Литтла строится дерево перебора и вычисляются нижние границы стоимости решений g в его вершинах. Если для матрицы стоимостей ГЗК ЗН не имеет решения, то ГЗК также не разрешима. В общем случае процесс ветвления начинается с построения перестановки σ, цикловое разложение которой образуют $K(\sigma)$ контуров, $K(\sigma) \geq 2$, вычисления $C(\sigma)$ и нижней границы $\varphi(g^*) = C(\sigma) + \mu$ в корне дерева перебора.

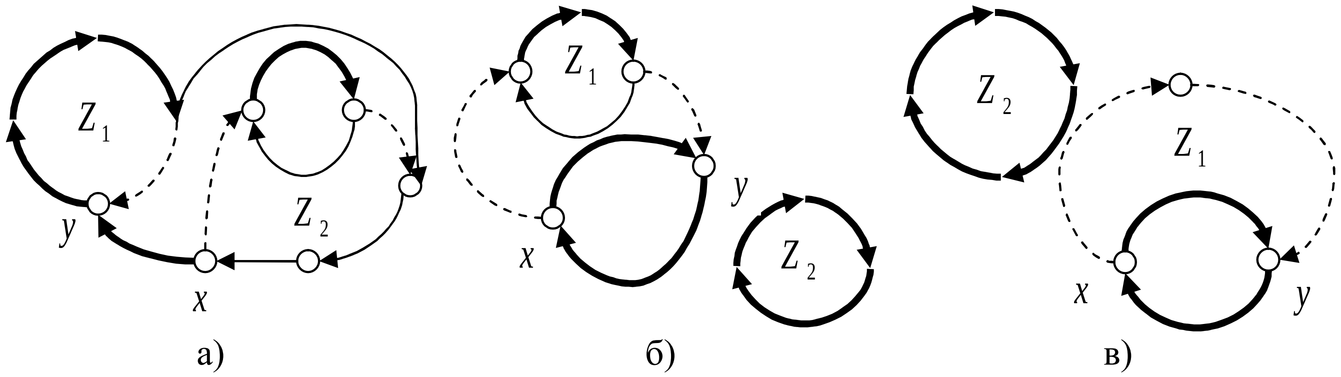


Рисунок 1 – а), б) множество циклов, построенное путем добавления к цикловому разложению перестановки σ дуги $(x, y) \in U_2$; в) добавление дуги (x, y), не содержащейся в цикловом разложении перестановки σ, исключает построение вообще какой-либо перестановки. Добавленная дуга (x, y) изображена утолщенной линией, тонкими линиями представлены дуги, порождающие множество циклов из дуги (x, y) и циклового разложения перестановки σ; пунктирными линиями обозначены дуги, исключенные из циклового разложения перестановки σ

При исключении из решения ЗН σ элемента (x, y), инициализирующего ветвление, степень его влияния на стоимость оптимального обхода определяется оценкой $\Gamma(x, y)$. Чтобы определить (x, y), каждую дугу (k, l), удаленную из циклового разложения перестановки σ оценим величиной

$$\gamma(k, l) = \min_{j \neq l} c_{kj} + \min_{i \neq k} c_{il} - c_{kl} \qquad (2)$$

Решение ГЗК σ, матрица стоимостей которой содержит $c_{ij} = \infty,\ i \neq j$, может включать элементы (k, l) с оценками $\gamma(k, l) = \infty$. Такие же элементы могут быть в решениях ЗН, полученных при вершинах ветвления в процессе построения обхода g^* ЗК или оптимального маршрута ОЗК. Очевидно, если $\gamma(k, l) = \infty$, то обход, соответствующий решению ЗН, включает (k, l), а $\Gamma(x, y) \neq \infty$. Нетрудно заметить, что не существует обхода, для которого построено решение ЗН, если в цикловом разложении этого решения все дуги какого-либо из контуров имеют оценку ∞ или число r дуг (k, l) с оценкой ∞ больше $n - K$.

Список элементов с оценкой ∞ в решении ЗН и элемент (x, y) с оценкой $\Gamma(x, y)$, если он существует, находится процедурой *LANG*.

Вход процедуры представлен матрицей стоимостей $C = \left[c_{ij}\right]_n$ с элементами $c_{ii} = \infty,\ \ i = \overline{1, n},\ \ c_{ij} = R_0^+$, или $c_{ij} = \infty,\ \ i \neq j$, решением ЗН $\sigma = \big((k, l) \,\big|\, 1 \le k \le n,\ l \in \{1, 2, ..., n\}\big)$, $c_{kl} \neq \infty$ для матрицы C, числом контуров $K(\sigma)$ в цикловом разложении перестановки σ и пустым списком $R(\sigma) = \big((k, l) \,\big|\, \gamma(k, l) = \infty\big),\ r = \left|R(\sigma)\right|$.

В процессе поиска элемента (x, y), инициирующего ветвление, процедура возвращает список $R(\sigma)$ элементов, не содержащих (x, y), формирует цикловое

разложение перестановки σ на контуры Z_w, $w=\overline{1, K}$, определяет их мощности и выбирает наименьшую среди них $K_{\min}$. Искомый элемент (x, y) существует и принимает максимальное действительное значение оценки, определяемое из (2), если $r < K_{\min}$ или $r < n-K$. Процедура *LANG* включает такие действия

begin

$R(\sigma) := \varnothing$; $r := 0$; $M := 0$;

$k := 1$

while $k \le n$ do

begin

$c(k) := \min(c_{kj} \mid j \ne l)$;

$c(l) := \min(c_{il} \mid i \ne k)$;

$\gamma(k, l) := c(k) + c(l) - c_{kl}$;

if $\gamma(k, l) = 0$ **then**

begin

$R(\sigma) := R(\sigma) \cup (k, l)$; $r := r + 1$;

if $c(k) \ne \infty$ **then**

for all $j \in \{1, 2, \ldots, l-1, l+1, \ldots, n\}$ **do**

$c_{kj} := \infty$;

if $c(l) \ne \infty$ **then**

for all $i \in \{1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n\}$ **do**

$c_{ik} := \infty$;

end

if $\gamma(k, l) \ge M$ **then** $M := \gamma(k, l)$;

$k := k + 1$;

end

if $r > n - K$ **then** $M := \infty$;

преобразовывать перестановку σ в цикловое разложение $\{Z_w \mid w = \overline{1, K}\}$

и найти $K_{\min} = \min\{Z_w \mid w = \overline{1, K}\}$;

if $K_{\min} \le r$ **then**

begin

$w := 1$;

while $w \le K$ **do**

begin

$Z_w := Z_w - R(G)$;

if $Z_w = \varnothing$ **then** $M := \infty$; **else** $w := w + 1$;

end

end

if $M \neq \infty$ **then**

begin

$(x, y) := (k, l)$;

сохранить все элементы и их оценки в контуре Z_q, содержащем (x, y)

end

end

Процедура *LANG* за время $O(n^2)$ преобразует входную матрицу C в матрицу C' того же порядка, что и C, и в зависимости от мощности списка $R(\sigma)$ устанавливает, является ли элемент (k, l) с максимальным действительным значением M, определяемым из (2), искомым элементом (x, y) с оценкой

$$\Gamma(x, y) = \max\left\{\gamma(k, l) \neq i \,\middle|\, (k, l) \in \sigma - R(\sigma)\right\}.$$

Если входная матрица содержит элемент (x, y), инициирующий ветвление, то вместе с матрицей C' и списком $R(\sigma)$ процедура запоминает все элементы подмножества Z_q, которому принадлежит (x, y). Вершина ветвления, представленная корнем дерева перебора, порождает вершины $\left(\left(\overline{x, y}\right)\circ\right)$, $\left((x, y)\circ\right)$ и список $Q(\sigma)$ элементов матрицы C', изменяющих свои действительные значения на ∞. В корне дерева $Q(\sigma) = \varnothing$.

Найдем в вершине $\left(\left(\overline{x, y}\right)\circ\right)$ нижнюю границу $\varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)\circ\right)$ стоимости любого обхода, не содержащего элемент $(x, y) \in \sigma - R(\sigma)$. Очевидно, искомая граница определяется в результате преобразования решения ЗН σ в решение ЗН σ_{xy} для матрицы C^1, полученной из C' заменой $c_{xy} \in R_0^+$ на ∞. Выполним процедуру нахождения σ_{xy} *SIW*. Тогда

$$\varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)\circ\right) = \begin{cases} C^1(\sigma_{xy}) + \mu, & \text{если построена перестановка } \sigma_{xy}; \\ \infty & \text{иначе.} \end{cases}$$

Ясно, что вершина $\left(\left(\overline{x, y}\right)\circ\right)$ не подлежит ветвлению, если $\varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)\circ\right) = \infty$ или построенная перестановка σ_{xy} циклическая. Если перестановка σ_{xy} не циклическая, то вершине $\left(\left(\overline{x, y}\right)\circ\right)$ поставим в соответствие σ_{xy}, $\varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)\circ\right) = \varphi(\sigma_{xy})$, число контуров $K(\sigma_{xy})$ в цикловом разложении σ_{xy} и списки $R(\sigma_{xy}) = R(\sigma)$, $Q(\sigma_{xy}) = Q(\sigma) \cup (x, y)$, восстанавливающие по исходной матрице матрицу C^1.

Определим в вершине $\left((x, y)\circ\right)$ оценку снизу $\varphi\left((x, y)\circ\right)$ стоимости любого обхода, содержащего элемент (x, y) и все элементы списка $R(\sigma)$. Такой оценкой

является стоимость перестановки $\sigma(x, y)$, включающей (x, y) и $R(\sigma)$. Перестановка $\sigma(x, y)$ может совпадать или не совпадать с σ. Для того чтобы выяснить, когда $\sigma(x, y)=\sigma$ и как найти $\sigma(x, y)\neq\sigma$, обратимся к контуру Z_q, которому принадлежит дуга (x, y), соответствующая элементу, инициирующему ветвление. $|Z_q| = n_q$.

Обозначим n_q число дуг контура, получивших при поиске дуги (x, y) оценку ∞. Каждой такой дуге соответствует элемент из списка $R(\sigma)$. Очевидно, при $n'_q = |Z_q|-1$ не существует обхода, который содержит (x, y), т.е. $\varphi((x, y)\circ)$ (рис. 2, а).

Пусть $n'_q < |Z_q|-2$. Тогда $\sigma(x, y)=\sigma$, $\varphi((x, y)\circ)=C'(\sigma)+\mu$, $C'(\sigma)=C(\sigma)$, $R(\sigma(x, y)) = R(\sigma)\cup(x, y)$. Список $Q(\sigma(x, y))$ формируется за время $O(n_q)$ добавлением к $Q(\sigma)$ элементов, которые при изменении в матрице C' своих действительных значений на ∞ устраняют контур с дугой (x, y) и максимально возможным числом дуг из $R(\sigma)$. Рассмотрим все случаи исключения подконтуров.

1. $Q(\sigma(x, y)) = Q(\sigma)\cup(y, x)$, если дуга (x, y) не инцидентна в контуре Z_q дугам с оценками, равными ∞, и $c_{yx}\neq\infty$ в матрице C^1 (рис. 2, б). Положив в C' с $c_{yx}=\infty$, получим матрицу C^2 для поиска в ней очередного элемента, инициирующего ветвление.

2. Если контур Z_q содержит цепочку дуг $\left(v_{n_q-1}, x=v_{n_q}, y=v_1,...,v_2,v_p, v_{p+1}\right)$ с оценками $\gamma\left(v_{n_1-1}, x\right)\neq\infty$, $\gamma\left(v_p, v_{p+1}\right)\neq\infty$, $\gamma\left(v_{r-1}, v_r\right)=\infty$, $r=\overline{2, p}$, и $c_{v_px}\neq\infty$ (рис. 2, в), то в матрице C^1 положим $c_{v_px}=\infty$. В результате получим матрицу C^2 и список $Q(\sigma(x, y)) = Q(\sigma)\cup(v_p, x)$.

3. Подконтур, образуемый в Z_q цепочкой дуг $\left(v_{n_q}, v_1,..., v_r,..., x = v_p, y = v_{p+1}, v_{p+2}\right)$ с оценками $\gamma\left(v_{n_q}, v_1\right)\neq\infty$, $\gamma\left(v_{p+1}, v_{p+2}\right)\neq\infty$, $\gamma\left(v_{r-1}, v_r\right)=\infty$, $r=\overline{2, p}$, и дугой (y, v_1), $c_{yv_1}\neq\infty$ (рис. 2, г) устраняется заменой в матрице C' действительного значения c_{yv_1} на ∞. Замена дает матрицу C^2 и список $Q(\sigma(x, y)) = Q(\sigma)\cup(y, v_1)$.

4. Чтобы устранить в Z_q подконтуры, порождаемые цепочкой дуг $\left(v_{n_q}, v_1,..., v_r,..., x = v_{s-1}, y = v_s, v_{s+1},..., v_p, v_{p+1}\right)$ с оценками $\gamma\left(v_{n_q}, v_1\right)\neq\infty$, $\gamma\left(v_p, v_{p+1}\right)\neq\infty$, $\gamma\left(v_{r-1}, v_r\right)=\infty$, $2\leq r\leq s-1$, $s+1\leq r\leq p$, и дугами (v_p, v_1), (v_p, x), (y, v_1), $c_{v_pv_1}\neq\infty$, $c_{v_px}\neq\infty$, $c_{yv_1}\neq\infty$ (рис. 2, д), образуем матрицу C^2, положив $c_{v_pv_1}=c_{v_px}=c_{yv_1}=\infty$ в матрице C', $Q(\sigma(x, y)) = Q(\sigma)\cup(v_p, v_1)\cup(y, v_1)$.

Предположим, $n_q = |Z_q| - 2$. Тогда ∞ является значением оценки каждой дуги контура Z_q за исключением (x, y) и (v_r, v_{r+1}), $1 \le r \le n_q - 1$, $x = v_{n_q}$, $y = v_1$ (рис. 2, е). Если искомое решение содержит (x, y), то оно не содержит дугу (v_r, v_{r+1}), иначе $n_q' = |Z_q| - 1$. Отсюда следует, что оценкой $\varphi((x, y)\circ)$ является стоимость перестановки $\sigma_{v_r v_{r+1}}(x, y)$, в которую входит элемент (x, y) и нет элемента (v_r, v_{r+1}). Другими словами, $\sigma_{v_r v_{r+1}}(x, y)$ представляет собой решение ЗН для матрицы C^2, полученной из C' присвоением ∞ элементу (v_r, v_{r+1}) и элементам (x, j), (i, y), $j \ne y$, $i \ne x$, с действительными значениями.

Перестановка $\sigma_{v_r v_{r+1}}(x, y)$ строится как и перестановка $\sigma_{ab}(x, y)$, если положить $a = v_r$, $b = v_{r+1}$, (a, b) – элемент, соответствующий (v_r, v_{r+1}). Таким образом, при $n_q = |Z_q| - 2$

$$\varphi((x, y)\circ) = \begin{cases} C^2(\sigma_{ab}(x, y)) + \mu, \text{ если построена перестановка } \sigma_{ab}(x, y); \\ \infty \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Вершина $((x, y)\circ)$ не имеет допустимого продолжения, когда $\varphi((x, y)\circ) = \infty$ или построена циклическая перестановка $\sigma_{ab}(x, y)$. Если построена нециклическая перестановка $\sigma_{ab}(x, y)$, то вершине $((x, y)\circ)$ ставится в соответствие $\sigma_{ab}(x, y)$, $\varphi((x, y)\circ) = \varphi(\sigma_{ab}(\overline{x, y}))$, число контуров $K(\sigma_{ab}(x, y))$ в цикловом разложении перестановки $\sigma_{ab}(x, y)$ и списки $R(\sigma_{ab}(x, y)) = R(G) \cup (x, y)$, $Q(\sigma_{ab}(x, y)) = Q(\sigma) \cup$ $\cup (a, b)$.

Таким образом, множество всех решений g задачи рассматриваемого класса образует объедение непересекающихся подмножеств $((\overline{x, y})\circ)$ и $((x, y)\circ)$.

Если обе перестановки σ_{xy} и $\sigma(x, y) = \sigma_{ab}(x, y)$, построенные соответственно в вершинах $((\overline{x, y})\circ)$ и $((x, y)\circ)$, оказываются циклическими, то $g^* = \sigma_{xy}$ при $\varphi(\sigma_{xy}) \le$ $\le \varphi(\sigma(x, y))$ и $g^* = \sigma(x, y)$ при $\varphi(\sigma(x, y)) \le \varphi(\sigma_{xy})$. Если получено только одно решение ЗН σ_{xy} или $\sigma(x, y)$, и оно представлено циклической перестановкой, то такая перестановка является искомым обходом.

Концевые вершины, имеющие допустимые продолжения в строящемся дереве перебора, образуют множество активных вершин, которым соответствуют нециклические перестановки с оценками, равными стоимостям этих перестановок. Ветвлению подлежит активная вершина с наименьшей оценкой. Оценка в вершине, для которой не существует решения ЗН, равна ∞. Построение обхода g^* завершается нахождением концевой вершины и соответствующей ей циклической перестановки стоимостью, не большей, чем оценка в любой другой концевой вершине.

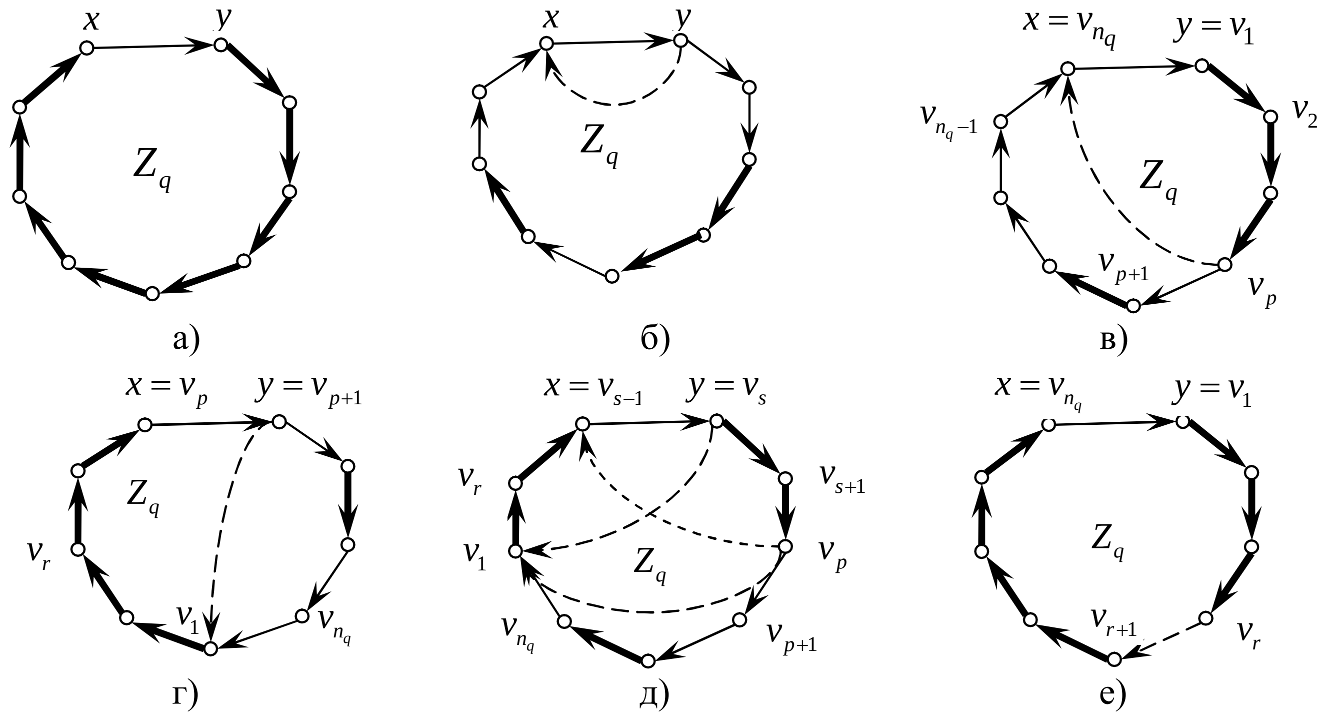


Рисунок 2 – Дуга с оценкой ∞ изображена утолщенной линией, а дуга, исключенная из контура Z_q, – пунктирной; а) для нециклической перестановки не существует соответствующего ей обхода, который содержит (x, y); исключается подконтур б) (x, y, x), в) $\left(x = v_{n_q}, y = v_1, ..., v_r, ..., v_p, x\right)$, г) $\left(x = v_p, y = v_{p+1}, v_1, ..., v_r, ..., x\right)$, д) устраняются подконтуры $\left(x = v_{s-1}, y = v_s, v_s, v_1, ..., v_r, ..., x\right)$, е) исключается контур Z_q.

Модифицированный метод Литтла

Перейдем к пошаговому представлению модификации метода Литтла.

S0. Из матрицы $C = \left[c_{ij}\right]_n$ определить дважды приведенные матрицы C_1 и C_2 и соответствующие им суммы μ_1 и μ_2 констант приведения;

если $\mu_1 \le \mu_2$, то положить $C = C_1$, $\mu = \mu_1$, иначе $C = C_2$, $\mu = \mu_2$;

выполнить алгоритм решения ЗН для матрицы C;

если для матрицы C, содержащей элемент $c_{ij} = \infty$, $i \ne j$, ЗН не имеет решения, то конец: не существует обходов g.

если решением ЗН является циклическая перестановка σ, то σ – обход g^* минимальной стоимости;

σ – нециклическая перестановка стоимостью $\varphi_0 = C(\sigma) + \mu$ в вершине ветвления $X(\sigma)$, представленной корнем дерева перебора, $K(\sigma)$ – число контуров в цикловом разложении перестановки σ, $Q(\sigma) = \varnothing$, $C_{copy} = C$; $m = 1$, $\sigma_m = \sigma$, $\varphi(\sigma_m) = C(\sigma) + \mu$, $K(\sigma_m) = K(\sigma)$, $Q(\sigma_m) = Q(\sigma)$, $X = \left\{X(\sigma_m)\right\}$.

(*comment*: выполнение основного этапа начинается с ветвления корня)

S1. $X = X - \{X(\sigma_m)\}$ – список концевых вершин; процедурой $LANG$ выполнить поиск в матрице C_{copy} элемента (x_m, y_m), инициирующего ветвление вершины $X(\sigma_m)$;

если выходом процедуры является $\gamma(x_m, y_m) = \infty$, то нет решений g, как содержащих, так и не содержащих элемент (x_m, y_m); перейти к шагу S5;

сохранить результаты работы процедуры $LANG$: $\Gamma(x_m, y_m) \neq \infty$, список $R(\sigma_m) = ((k,l) | \gamma(k,l) = \infty)$, матрицу C', множество всех элементов (k,l), соответствующих дугам контура Z_q, в котором содержится дуга (x_m, y_m), а также оценку $\gamma(k,l)$ каждой дуги $(k,l) \in Z_q$, $Z_q \in Z$, Z – цикловое разложение перестановки σ_m; $n_q = |Z_q|$.

($comment$: формирование множества обходов, не содержащих (x_m, y_m))

S2. $X = X \cup \{X(\sigma_{x_m y_m})\}$; для матрицы C^1, полученной из C' заменой $c_{x_m y_m} \in R_0^+$ на ∞, выполнить процедурой SIW построение перестановки $\sigma_{x_m y_m}$, не включающей элемент (x_m, y_m);

если не построена перестановка $\sigma_{x_m y_m}$, то вершина $X(\sigma_{x_m y_m})$, порожденная вершиной $X(\sigma_m)$, не имеет допустимого продолжения и получает оценку $\varphi(\sigma_{x_m y_m}) = \infty$; перейти к шагу S3. Если построена циклическая перестановка $\sigma_{x_m y_m}$, то $X(\sigma_{x_m y_m})$ – концевая вершина с допустимым решением $g = \sigma_{x_m y_m}$ стоимостью $\varphi(\sigma_{x_m y_m}) = C^1(\sigma_{x_m y_m}) + \mu$; перейти к шагу S3;

$\sigma_{x_m y_m}$ – нециклическая перестановка, $X(\sigma_{x_m y_m})$ – активная вершина, которой соответствует $\sigma_{x_m y_m}$, нижняя граница $\varphi(\sigma_{x_m y_m}) = C^1(\sigma_{x_m y_m}) + \mu$, число контуров $K(\sigma_{x_m y_m})$ в цикловом разложении перестановки $\sigma_{x_m y_m}$, $R(\sigma_{x_m y_m}) = R(\sigma_m)$, $Q(\sigma_{x_m y_m}) = Q(\sigma_m) \cup \cup (x_m, y_m)$.

S3. Восстановить матрицу C' в результате замены $c_{x_m y_m} = \infty$, $c_{x_m y_m} \in C^1$, на действительное значение $c_{x_m y_m}$.

($comment$: формирование множества обходов, включающих элемент (x_m, y_m))

S4. $X = X \cup \{X(\sigma(x_m, y_m))\}$. Определить число n_q' элементов $(k,l) \in Z_q$ с оценкой $\gamma(k,l) = \infty$;

если $n_q' = n_q - 1$, то не существует перестановки $\sigma(x_m, y_m)$, включающей элемент (x_m, y_m) (рис. 3, а); вершина $X(\sigma(x_m, y_m))$, порожденная вершиной $X(\sigma_m)$, является концевой с оценкой $\varphi(\sigma(x_m, y_m)) = \infty$; удалить матрицу C' и перейти к S5.

если $n_q' < n_q - 2$, то активной вершине $X(\sigma(x_m, y_m))$ поставить в соответствие перестановку $\sigma(x_m, y_m)$, нижнюю границу $\varphi(\sigma(x_m, y_m)) = C'(\sigma_m) + \mu$, $C'(\sigma_m) = C_{copy}(\sigma_m)$,

$K(\sigma(x_m, y_m)) = K(\sigma_m)$, $R(\sigma(x_m, y_m)) = R(\sigma_m) \cup (x_m, y_m)$ и $Q(\sigma(x_m, y_m)) = Q(\sigma_m) \cup L$, где содержимое L устанавливает один из четырех случаев исключения подконтуров в Z_q: 1) $L = (y_m, x_m)$ (рис. 3, б); 2) $L = (v_p, x_m)$ (рис. 3, в); 3) $L = (y_m, v_1)$ (рис. 3, г); 4) $L = (v_p, v_1) \cup (v_p, x_m) \cup (y, v_1)$ (рис. 3, д); удалить матрицу C' и перейти к шагу S5.

$n'_q = n_q - 2$ (рис. 3, е); для матрицы C^2, полученной из C' заменой на ∞ действительных значений c_{ab}, $c_{x_m j}$, $j \neq y_m$, c_{iy_m}, $i \neq x_m$, $(a, b) \in Z_q$, $\gamma(a, b) \neq \infty$, $a \neq x_m$, $b = y_m$, вызвать процедуру SIW для построения перестановки $\sigma_{ab}(x_m, y_m)$, которая включает (x_m, y_m) и не включает (a, b);

если не существует $\sigma_{ab}(x_m, y_m)$, то $\varphi(\sigma(x_m, y_m)) = \infty$ в концевой вершине $X(\sigma(x_m, y_m))$; удалить матрицу C^2; перейти к шагу S5;

если $\sigma_{ab}(x_m, y_m)$ – циклическая перестановка, то $X(\sigma(x_m, y_m))$ – концевая вершина, а $g = \sigma_{ab}(x_m, y_m)$ – обход стоимостью $\varphi(\sigma(x_m, y_m)) = C^2(\sigma_{ab}(x_m, y_m)) + \mu$; удалить матрицу C^2, перейти к шагу S5;

$\sigma_{ab}(x_m, y_m)$ – нециклическая перестановка; активной вершине $X(\sigma(x_m, y_m))$ поставить в соответствие перестановку $\sigma_{ab}(x_m, y_m)$, нижнюю границу $\varphi(\sigma(x_m, y_m)) = C^2(\sigma_{ab}(x_m, y_m)) + \mu$, число контуров $K(\sigma(x_m, y_m))$ в цикловом разложении перестановки $\sigma_{ab}(x_m, y_m)$, списки $R(\sigma(x_m, y_m)) = R(\sigma_m) \cup (x_m, y_m)$, $Q(\sigma(x_m, y_m)) = Q(\sigma_m) \cup (a, b)$; удалить матрицу C^2.

S5. $m = m + 1$; в списке X найти вершину $X(\sigma_m)$ с наименьшим значением $\varphi(\sigma_m)$;

если $\varphi(\sigma_m) = \infty$, то не существует искомого обхода g^*: конец;

если σ_m – циклическая перестановка, то $g^* = \sigma_m$: конец;

иначе сформировать матрицу C_{copy}, положив в исходной матрице C $c_{kj} = \infty$, $j \neq l$, $c_{il} = \infty$, $i \neq k$, для всех $(k, l) \in R(\sigma)$ и $c_{rs} = \infty$ для всех элементов $(r, s) \in Q(\sigma_m)$; перейти к шагу S1;

Пример 1. Найти обход g^* минимальной стоимости для матрицы

$C =$

1	2	3	4	5	6	7	8
∞	∞	4 / 7	∞	5 / 9	∞	6 / 1	∞
∞	∞	3 / 5	5 / 5	∞	1 / 2	∞	∞
∞	3 / 5	∞	1 / 4	∞	5 / 1	∞	18
∞	∞	1 / 4	∞	2 / 0	4 / 1	5 / 1	93
∞	4 / 0	∞	2 / 0	∞	∞	∞	∞

6 4	1 2	5 1	∞	9 7	∞	∞	∞
6 1	∞	∞	∞	2 2	∞	∞	∞
6 4	∞	1 8	∞	∞	∞	∞	∞

Выполним действия шага S0. Приведем матрицу C сначала по строкам, а затем полученный результат по столбцам, определив матрицу

$C_1 =$

1					2			
2			3	3				
3		1				7		
4						7	3	5
5		0						
6	3		9		5			
7								
8								

и сумму констант приведения $\mu_1 = 47+12+14+14+20+12+22+18+59+0+0+$ $+0+0+0+14+4=216$. Приведем матрицу сначала по столбцам, а затем в полученной таблице выполним приведение по строкам. В результате получим матрицу

$C_2 =$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	∞	23	∞	29	∞	0	∞
2	∞	∞	21	41	∞	0	∞	∞
3	∞	23	∞	0	∞	39	∞	0
4	∞	∞	0	∞	0	29	0	75
5	∞	22	∞	0	∞	∞	∞	∞
6	3	0	37	∞	77	∞	∞	∞
7	0	∞	∞	∞	2	∞	∞	∞
8	0	∞	1	∞	∞	∞	∞	∞

и сумму констант приведения $\mu_2 =$61+12+14+14+20+12+51+18+10+0+0+0+6+0+ +0+3=221. Поскольку $\mu_1 < \mu_2$, положим $C = C_1$, $\mu = \mu_1$. Для матрицы C найдем решение ЗН $\sigma = \left((1,7),(2,6),(3,8),(4,5),(5,4),(6,2),(7,1),(8,3)\right)$, его стоимость $C(\sigma) = c_{17} +$ $c_{26} + c_{38} + c_{45} + c_{54} + c_{62} + c_{71} + c_{83} =$ 0+0+0+6+0+0+0+6=6, и число $K(G)$ контуров в циклическом разложении перестановки σ. Стоимость искомого обхода g^* ограничена снизу величиной $\varphi_0 = C(\sigma) + \mu =$ 6+216=222. Вершиной ветвления $X(G)$ является корень дерева перебора. Сформируем матрицу $C_{copy} = C$, дублирующую на шаге S0 матрицу C; $m=1$, $\sigma_1 = 6$, $\varphi(\sigma_1) = 222$, $K(\sigma_1) = 4$, $Q(\sigma_1) = \varnothing$, $X = \{X(\sigma_1)\}$.

S1. $X = X - \{X(\sigma_1)\} = \varnothing$. Выполним процедуру $LANG$ с матрицей C_{copy} на входе: $\gamma(1,7) =$ 0+23-0=23, $\gamma(2,6) =$ 23+27-0=50, $\gamma(3,8) =$ 21+75-0=96, $\gamma(4,5) =$ 23+ +12-6=29, $\gamma(5,4) =$ 22+0-6=16, $\gamma(6,2) =$ 13+21-0=34, $\gamma(7,1) =$ 0+7-0=7, $\gamma(8,3) =$ 7+ +23-0=30. На выходе процедуры получим $\Gamma(3,8) = 96$, $R(\sigma_1) = \varnothing$, $C' = C_{copy}$, $Z_3 = \{(3,8),(8,3)\}$, $n_3 = 2$.

S2. $X = \{X(\sigma_{38})\}$. Положив $c_{38} = \infty$ в матрице C', получим матрицу C_1, для которой процедурой *SIW* найдем решений ЗН $\sigma_{38} = ((1,7),(2,6),(3,4),(4,8),(5,2),(6,1),(7,5),(8,3))$, его стоимость $C^1(\sigma_{38}) =$ =0+0+0+75+20+13+0+0=108 и нижнюю границу $\varphi(\sigma_{38}) = 108+216=324$ в активной вершине $X(\sigma_{38})$. Цикловое разложение перестановки σ_{38} состоит из двух контуров $((1,7),(7,5),(5,2),(2,6),(6,1))$, $((3,4),(4,8),(8,3))$, $K(\sigma_{38}) = 2$; $R(\sigma_{38}) = \varnothing$, $Q(\sigma_{38}) = ((3,8))$.

S3. Восстановим матрицу C' заменой $c_{38} = \infty$ на $c_{38} = 0$ в матрице C^1.

S4. $X = X \cup \{X(\sigma(3,8))\}$. Число элементов с оценкой ∞ в Z_3 $n_3' = 0$, $n_3' = n_3 - 2$. Положив в матрице C' $c_{83} = \infty$ и $c_{3j} = \infty$, $j \neq 8$, $c_{i8} = \infty$, $i \neq 3$, получим матрицу

$C^2 =$

j / i	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	∞	0	∞	12	∞	0	∞
2	∞	∞	23	43	∞	0	∞	∞
3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0
4	∞	∞	0	∞	6	27	23	∞
5	∞	20	∞	0	∞	∞	∞	∞
6	13	0	39	∞	85	∞	∞	∞
7	0	∞	∞	∞	0	∞	∞	∞
8	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Процедура *SIW* строит для матрицы C^2 перестановку $\sigma_{83}(3,8) = ((1,7),(2,6),(3,8),(4,3),(5,4),(6,2),(7,5),(8,1))$, $C^2(\sigma_{83}(3,8)) = 7$, $\varphi(\sigma_{83}(3,8)) = 7+216=223$. Цикловое разложение перестановки $\sigma_{83}(3,8)$ представлено контурами $((1,7),(7,5),(5,4),(4,3),(3,8),(8,1))$, $((2,6),(6,2))$, $K(\sigma(3,8)) = 2$; $R(\sigma(3,8)) = ((3,8))$, $Q(\sigma(3,8)) = ((8,3))$; удалим матрицу C^2.

S5. $m = 2$. В списке $X = (X(\sigma_{38}), X(\sigma(3,8)))$ вершина $X(\sigma(3,8))$ активна, имеет наименьшую границу $\varphi(\sigma(3,8)) = C^2(\sigma_{83}(3,8)) + \mu = 223$ и поэтому является вершиной ветвления; $\sigma_2 = \sigma_{83}(3,8)$. Из исходной матрицы C образуем матрицу C_{copy}, в которой $c_{3j} = \infty$, $j \neq 8$, $c_{i8} = \infty$, $i \neq 3$, $c_{83} = \infty$.

$C_{copy} =$

j / i	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	∞	0	∞	12	∞	0	∞
2	∞	∞	23	43	∞	0	∞	∞
3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0
4	∞	∞	0	∞	6	27	23	∞
5	∞	20	∞	0	∞	∞	∞	∞
6	13	0	39	∞	85	∞	∞	∞
7	0	∞	∞	∞	0	∞	∞	∞
8	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

S1. $X=\left(X\left(\sigma_{38}\right)\right)$ – список концевых вершин. После выполнения процедуры $LANG$ получим

$\gamma\left(1,7\right)=27$, $\gamma\left(2,6\right)=50$, $\gamma\left(3,8\right)=\infty$, $\gamma\left(4,3\right)=46$, $\gamma\left(5,4\right)=63$, $\gamma\left(6,2\right)=33$, $\gamma\left(7,5\right)=6$, $\gamma\left(8,1\right)=\infty$;

$\Gamma\left(5,4\right)=63$, $R\left(\sigma_2\right)=\left(\left(3,8\right),\left(8,1\right)\right)$; $Z_1=\left(\left(1,7\right),\left(7,5\right),\left(5,4\right),\left(4,3\right),\left(3,8\right),\left(8,1\right)\right)$, $n_1=6$. Матрицы C' на выходе процедуры $LANG$ отличается от C_{copy} тем, что в C' $c_{i1}=\infty$, $i\neq\infty$.

S2. $X=\left(X\left(\sigma_{38}\right),X\left(\sigma_{54}\right)\right)$. В матрице C' заменим $c_{54}=0$ на ∞. Для полученной матрицы C^1 выполним процедурой SIW построение перестановки σ_{54}, не содержащей $(5,4)$. Процедура строит циклическую перестановку $\sigma_{54}=((1,7),(7,5),(5,2),(2,4),(4,6),(6,3),(3,8),(8,1))$ стоимостью $\varphi\left(\sigma_{54}\right)=352$. Вершина $X\left(\sigma_{54}\right)$, порождаемая вершиной $X\left(\sigma\left(3,8\right)\right)$, не имеет допустимого продолжения.

S3. Заменив в матрице C^1 $c_{54}=\infty$ на 0, вновь получим матрицу C'.

S4. $X=\left(X\left(\sigma_{38}\right),X\left(\sigma_{54}\right),X\left(\sigma\left(5,4\right)\right)\right)$, $n_1'=2<n_1-2=4$. Вершине $X\left(\sigma\left(5,4\right)\right)$ соответствует перестановка $\sigma_{83}\left(3,8\right)$, $\varphi\left(\sigma\left(5,4\right)\right)=223$, $K\left(\sigma\left(5,4\right)\right)=K\left(\sigma_{83}\left(3,8\right)\right)=2$, $R\left(\sigma\left(5,4\right)\right)=R\left(\sigma_{83}\left(3,8\right)\right)\cup\left(5,4\right)=\left(\left(3,8\right),\left(5,4\right)\right)$, $Q\left(\sigma\left(5,4\right)\right)=Q\left(\sigma_{83}\left(3,8\right)\right)\cup\left(4,5\right)=\left(\left(8,3\right),\left(4,5\right)\right)$ (случай 1 устранения подконтура в контуре Z_1).

S5. $m=3$. Ветвление выполняется в активной вершине $X\left(\sigma\left(5,4\right)\right)$ списка X. Вершине $X\left(\sigma\left(5,4\right)\right)$ соответствует наименьшая нижняя граница $\varphi\left(\sigma\left(5,4\right)\right)=223$; $\sigma_3=\sigma\left(5,4\right)$. Чтобы получить матрицу C_{copy} для перестановки σ_3, в матрице C положим $c_{3j}=\infty$, $j\neq 8$, $c_{i8}=\infty$, $i\neq 3$, $c_{5j}=\infty$, $c_{i4}=\infty$, $i\neq 5$. $c_{83}=\infty$, $c_{45}=\infty$.

$C_{copy}=$

j / i	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	∞	0	∞	12	∞	0	∞
2	∞	∞	23	∞	∞	0	∞	∞
3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0
4	∞	∞	0	∞	∞	27	23	∞
5	∞	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
6	13	0	39	∞	85	∞	∞	∞
7	0	∞	∞	∞	0	∞	∞	∞
8	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

S1. $X=\left(X\left(\sigma_{63}\right),X\left(\sigma_{54}\right)\right)$. На выходе процедуры $LANG$ получим $\gamma\left(1,7\right)=23$, $\gamma\left(2,6\right)=50$, $\gamma\left(3,8\right)=\infty$, $\gamma\left(4,3\right)=46$, $\gamma\left(5,4\right)=\infty$, $\gamma\left(6,2\right)=\infty$, $\gamma\left(7,5\right)=12$, $\gamma\left(8,1\right)=\infty$; $\Gamma\left(2,6\right)=50$, матрицу

j / i	1	2	3	4	5	6	7	8

$C' =$

1	∞	∞	0	∞	12	∞	0	∞
2	∞	∞	23	∞	∞	0	∞	∞
3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0
4	∞	∞	0	∞	∞	27	23	∞
5	∞	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
6	∞	0	∞	∞	85	∞	∞	∞
7	∞	∞	∞	∞	0	∞	∞	∞
8	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

$R(\sigma_3)=((3,8),(5,4),(6,2),(8,1))$; $Z_2=((2,6),(6,2))$ в цикловом разложении перестановки $\sigma(5,4)=\sigma_{83}(3,8)$, $n_2=2$, $n_2'=1$.

S2. $X=(X(\sigma_{38}),X(\sigma_{54}),X(\sigma_{26}))$. В C' заменить $c_{26}=0$ на ∞, чтобы получить матрицу C_1. Результатом выполнения процедуры SIW для матрицы C^1 является циклическая перестановка $\sigma_{26}=((1,7),(7,5),(5,4),(4,6),(6,2),(2,3),(3,8),(8,1))$ стоимостью $\varphi(\sigma_{26})=273$.

S3. Определим матрицу C', заменив в C^1 $c_{26}=\infty$ на 0.

S4. $X=(X(\sigma_{38}),X(\sigma_{54}),X(\sigma_{26}),X(\sigma(2,6)))$. Перестановка $\sigma(2,6)$ не существует, поскольку $n_2'=n_2-1$. Вершина $X(\sigma(2,6))$ получает оценку ∞.

S5. $m=4$. Вершине $X(\sigma_{26})$ соответствует циклическая перестановка с минимальным значением $\varphi(\sigma_{26})=273$. Поэтому искомый обход $g^*=\sigma_{26}$ стоимостью $\varphi(g^*)=C(\sigma_{26})+\mu=273$.

Рис. 3. отображает процесс построения обхода g^*. □

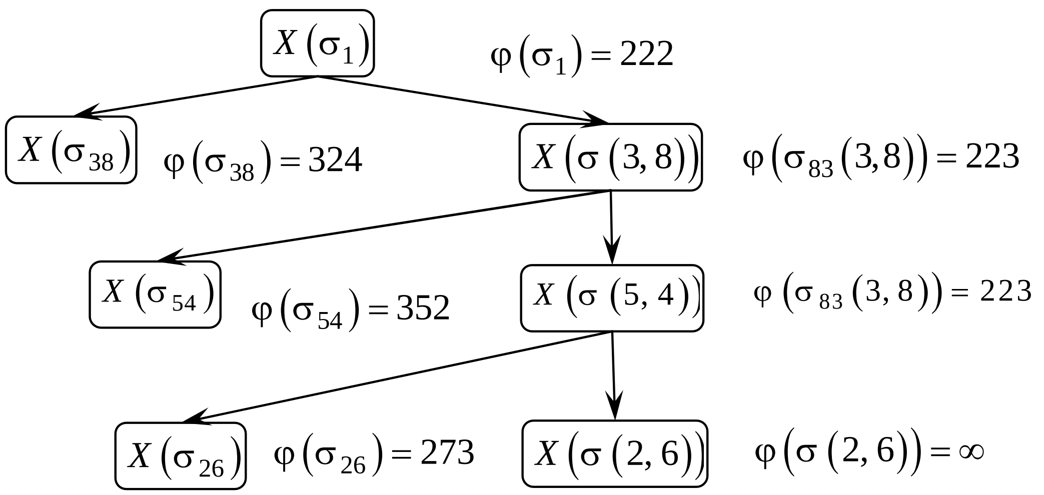


Рисунок 3 – Дерево перебора для нахождения обхода $g^*=\sigma_{26}$; $\sigma_1=((1,7),(2,6),(3,8),(4,5),(5,4),(6,2),(7,1),(8,3))$; $\sigma_{38}=((1,7),(2,6),(3,4),(4,8),(5,2),(6,1),(7,5),(8,3))$; $\sigma_{83}(3,8)=((1,7),(2,6),(3,8),(4,3),(5,4),(6,2),(7,5),(8,1))$; $\sigma_{54}=((1,7),(7,5),(5,2),(2,4),(4,6),(6,3),(3,8),(8,1))$; $\sigma_{26}=((1,7),(7,5),(5,4),(4,6),(6,2),(2,3),(3,8),(8,1))$; $\sigma(2,6)=\varnothing$

Выводы

Предложен модифицированный метод Литтла для решения задач класса коммивояжера. Процедура ускоренного поиска нижней границы стоимости решения представляет собой вариант алгоритма ЗН, который строит ее решение из перестановки, полученной на предыдущем этапе ветвления.

Литература

1. Левченко А.Ю. Быстрый алгоритм решения задачи о назначениях для нахождения нижней границы стоимости маршрута коммивояжера / А.Ю. Левченко, А.В. Морозов, А.В. Панишев // Штучний інтелект.– 2011. – С. 406-416.
2. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес – М. : Мир, 1978 .– 432 с.

Literatura

1. Levchenko A.Yu. Isskusstvennuj intellekt. Donetsk. 2011. S. 406-416.
2. Christofides N. Teorija grafov. Algoritmicheskij podhod. M.: Myr. 1978 .432s.

A.Yu. Levchenko, A.V. Morozov, A.V. Panishev

Mechanism of Computations Acceleration in Little's Method for Solving Traveling Salesman Class Tasks

Solutions search for traveling salesman problem class in the binary branching scheme of branch-and-bound method can be noticeable accelerated by referring to a fast algorithm for solving a variant of the assignment problem (AP), used to compute lower bounds for the Hamiltonian routes' cost [1]. Assignment problem's optimal permutation for the resulting matrix can be found in time $O\left(n^2\right)$ using solution from the previous branching stage. The branch and bound method that uses a fast algorithm for solving the assignment problem as a lower bound of the solution's cost is proposed.

Статья поступила в редакцию 10.05.2012.